

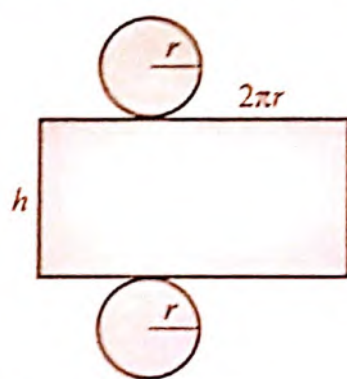
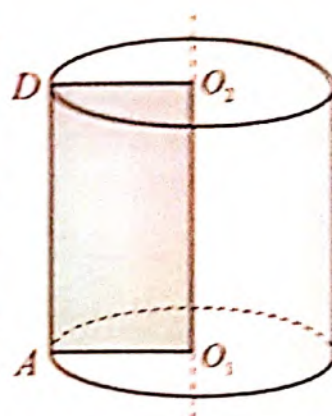
11. Walec



Walec to bryła otrzymana przez obrót prostokąta wokół prostej zawierającej jego bok. Prosta tę nazywamy osią walca. Podstawami walca są koła o takim samym promieniu.

Każdy odcinek łączący podstawy walca i do nich prostopadły nazywamy wysokością walca. W szczególności odcinki O_1O_2 oraz AD (na rysunku obok) są wysokościami walca.

Aby obliczyć pole powierzchni całkowitej walca, należy dodać pola jego dwóch podstaw i pole powierzchni bocznej.



Pole powierzchni całkowitej walca o promieniu podstawy r i wysokości h wyraża się wzorem:

$$P_c = 2\pi r^2 + 2\pi rh.$$

Ćwiczenie 1

Uzasadnij wzór na pole powierzchni całkowitej walca.

PRZYKŁAD 1

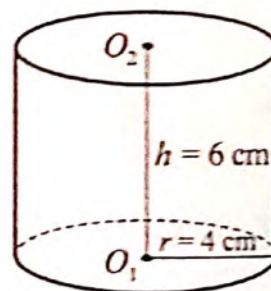
Podstawą walca jest koło o promieniu $r = 4$ cm, jego wysokość jest równa 6 cm. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego walca.

Pole podstawy: $P_p = \pi r^2 = \pi \cdot 4^2 = 16\pi$ [cm²].

Pole powierzchni bocznej: $P_b = 2\pi rh = 2\pi \cdot 4 \cdot 6 = 48\pi$ [cm²].

Pole powierzchni całkowitej:

$$P_c = 2P_p + P_b = 2 \cdot 16\pi + 48\pi = 80\pi$$
 [cm²].



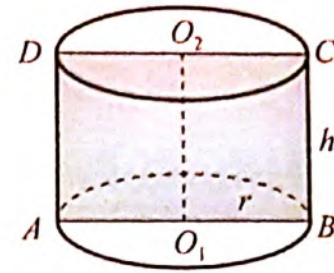
Ćwiczenie 2

Jaki procent pola powierzchni całkowitej walca o promieniu podstawy równym 8 cm i wysokości 12 cm stanowi pole jego powierzchni bocznej?

Ćwiczenie 3

Pole powierzchni całkowitej walca jest równe 24π cm², a promień jego podstawy wynosi 2 cm. Oblicz wysokość walca.

Przekrój osiowy walca (rysunek obok) to prostokąt o bokach h i $2r$ – jest to przekrój walca płaszczyzną zawierającą jego oś.



Ćwiczenie 4

Oblicz pole powierzchni całkowitej walca o promieniu podstawy $r = 4$ cm, jeśli pole jego przekroju osiowego jest równe 40 cm².

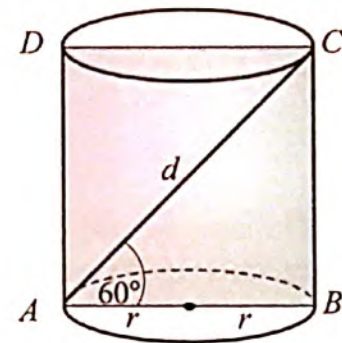
PRZYKŁAD 2

Przekątna przekroju osiowego ma 20 cm i tworzy z podstawą walca kąt 60° . Oblicz pole podstawy walca.

Korzystając z rysunku, otrzymujemy $\frac{2r}{d} = \cos 60^\circ$,

$$\text{stad } r = \frac{1}{2}d \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot \frac{1}{2} = 5 \text{ [cm]}.$$

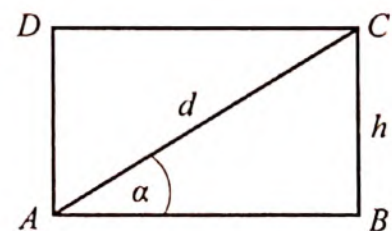
Pole podstawy walca $P_p = \pi r^2 = \pi \cdot 5^2 = 25\pi$ [cm²].



Ćwiczenie 5

Przekątna d prostokąta będącego przekrojem osiowym walca ma 12 cm i tworzy z podstawą walca kąt α . Oblicz pole powierzchni całkowitej tego walca, jeśli:

- a) $\alpha = 30^\circ$, b) $\alpha = 45^\circ$.



Objętość walca o promieniu podstawy r i wysokości h wyraża się wzorem:

$$V = \pi r^2 h.$$

Ćwiczenie 6

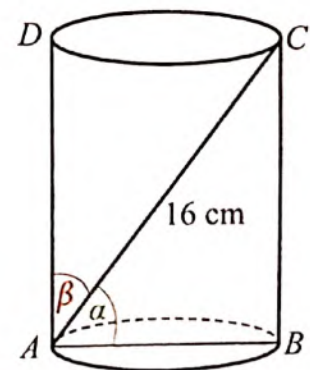
Przekrój osiowy walca jest kwadratem o polu równym 64 cm². Oblicz objętość tego walca.

Ćwiczenie 7

Oblicz objętość walca przedstawionego na rysunku obok, wiedząc, że kąt α jest dwukrotnie większy od kąta β .

ZADANIA

- Przekrojem osiowym walca jest prostokąt o bokach 8 cm i 10 cm. Oblicz objętość tego walca (rozpatrz dwie możliwości).
- Dwa walce mają taką samą wysokość. Promienie podstaw tych walców są równe r_1 i r_2 . Oblicz stosunek objętości tych walców, jeśli:
 - r_2 jest dwukrotnie większy od r_1 ,
 - r_2 jest o 50% większy od r_1 .



3. W pudełku mającym kształt walca mieszczą się trzy piłki tenisowe o średnicy 6,4 cm każda (rysunek obok). Czy pole powierzchni bocznej tego pudełka jest większe od 3 dm^2 ?



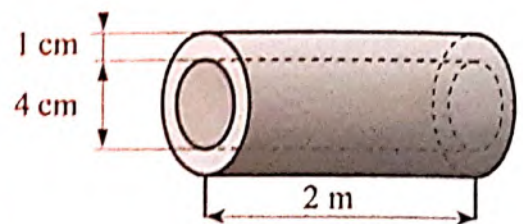
4. Przekątna przekroju osiowego walca ma 40 cm i tworzy z podstawą walca kąt α . Oblicz pole powierzchni całkowitej tego walca, jeśli:

a) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$, b) $\cos \alpha = 0,8$, c) $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$.

5. Średnica podstawy walca ma 8 cm. Pole powierzchni bocznej walca jest czterokrotnie większe od pola jego podstawy. Oblicz objętość tego walca.

W zadaniach 6.–9. do obliczeń przyjmij $\pi \approx 3,14$.

6. Oblicz objętość metalu użytego do wykonania metalowej rury o wymiarach podanych na rysunku (skala nie jest zachowana).

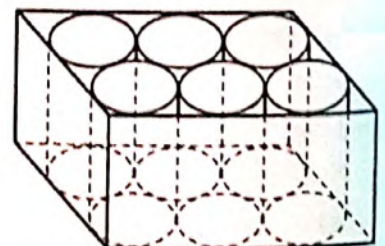


7. Ile metrów sześciennych gazu mieści się w rurze o długości 1 km i średnicy wewnętrznej równej 50 cm?

8. Na terenie rafinerii znajduje się 5 zbiorników na ropę mających kształt walca o średnicy 60 m i wysokości 10 m. Ile metrów sześciennych ropy można przechować w tych zbiornikach?

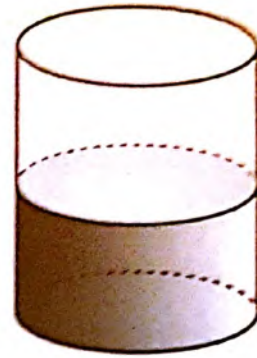


9. W prostopadłościennym kartonie umieszczono sześć puszek w kształcie walca o pojemności 1 litra każda (rysunek obok). Każda puszka ma wysokość równą 10 cm. Uzasadnij, że pole podstawy kartonu jest większe od 750 cm^2 .



SPRAWDŹ, CZY POTRAFISZ

10. Beczka z wodą mająca kształt walca o wysokości 1 m i średnicy podstawy równej 80 cm jest do połowy wypełniona wodą. Wskaż zdania prawdziwe.



- I. W beczce znajduje się ponad 250 litrów wody.
- II. Jeśli do beczki dolejemy 100 litrów wody, to poziom wody w beczce podniesie się o ponad 20 cm.
- III. Jeśli z beczki odlejemy 100 litrów wody, to poziom wody w beczce będzie niższy niż 40 cm.

11. Kubek mający kształt walca o średnicy podstawy 8 cm i wysokości 10 cm jest w 90% wypełniony wodą. Do kubka kolejno wkładamy sześciennie metalowe kostki o krawędzi 2 cm. Ile co najmniej takich kostek należy włożyć, by woda z kubka się przelała?

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 10

..... **POWTÓRZENIE**

1. Podstawą puszki z pokarmem dla kotów jest koło o średnicy 8 cm. Wysokość puszki jest równa 8 cm.

- a) Jaką objętość ma pokarm, który znajduje się w 100 takich puszkach?
- b) Jaka jest łączna powierzchnia etykiet naklejonych na 1000 takich puszek?



2. Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej walca o wysokości równej 16 cm, jeśli:

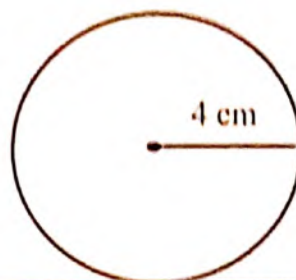
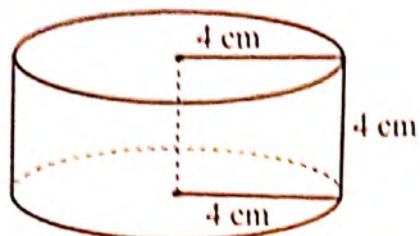
- a) przekątna przekroju osiowego tego walca tworzy z jego podstawą kąt α taki, że $\sin \alpha = 0,8$;
- b) pole powierzchni bocznej walca jest osiem razy większe od pola jego podstawy.

SIATKA WALCA

Rysunek przedstawia model siatki walca w pewnej skali. Narysuj na arkuszu brystolu siatkę tego walca w wymiarach rzeczywistych. Skorzystaj z egiorki i cyrkla. Wytnij i sklej otrzymaną siatkę, by uzyskać opisany walec.

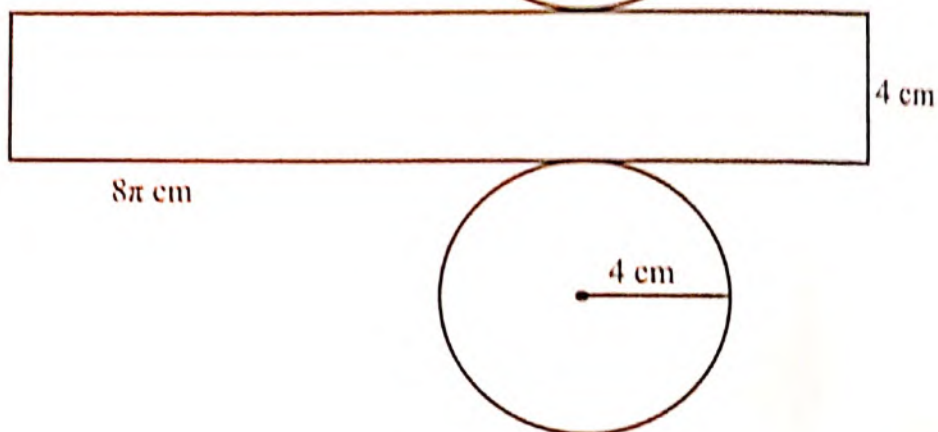
Oblicz pole powierzchni całkowitej tego walca.

a)



Uwaga.

$$8\pi \text{ cm} \approx 25 \text{ cm}$$



b)

