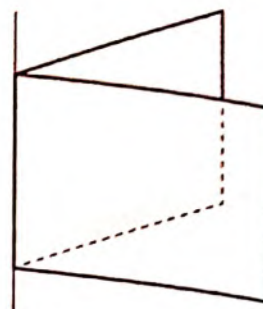


## 9. Kąt dwuścienny

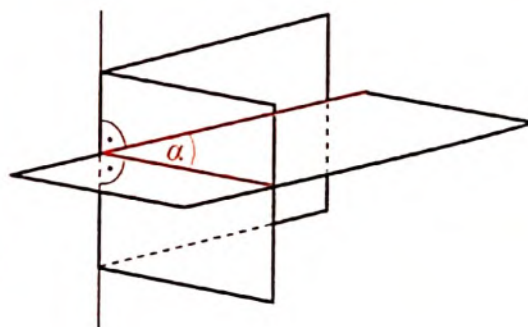


Dwie półpłaszczyzny o wspólnej krawędzi dzielą przestrzeń na dwie części. Każdą z tych części, łącznie z tymi półpłaszczyznami, nazywamy **kątem dwuściennym**, a półpłaszczyzny – **ścianami kąta dwuściennego**.

Przykładem kąta dwuściennego jest kąt wyznaczony przez sąsiednie ściany budynku lub kąt wyznaczony przez dwie połacie dachu.



**Miarą kąta dwuściennego** nazywamy miarę kąta płaskiego otrzymanego jako przekrój kąta dwuściennego płaszczyzną prostopadłą do jego krawędzi.



### PRZYKŁAD 1

Dany jest graniastosłup prosty trójkątny, którego podstawą jest trójkąt prostokątny o bokach 3 cm, 4 cm, 5 cm. Podaj miary kątów, które tworzą ze sobą ściany boczne.

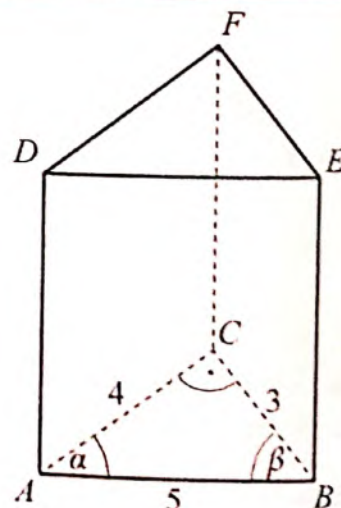
Szukane miary kątów są miarami kątów trójkąta  $ABC$ .

Ściany  $BCFE$  i  $ACFD$  tworzą kąt prosty.

Ściany  $ABED$  i  $ACFD$  tworzą kąt  $\alpha$ .

Ponieważ  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ , więc  $\alpha \approx 37^\circ$ .

Ściany  $ABED$  i  $BCFE$  tworzą kąt  $\beta = 90^\circ - \alpha$ , więc  $\alpha \approx 53^\circ$ .



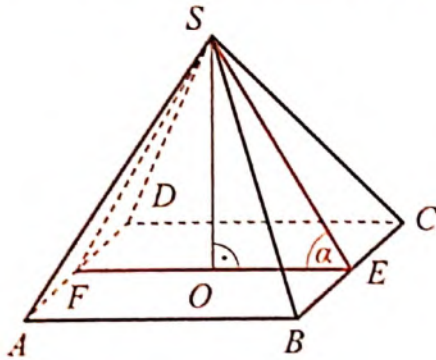
### Ćwiczenie 1

Podaj miarę kąta utworzonego przez dwie sąsiednie ściany boczne graniastoslupa prawidłowego:

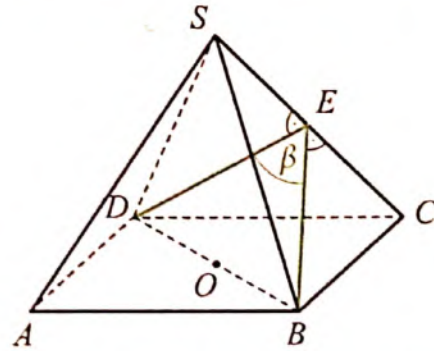
- a) trójkątnego,                      b) czworokątnego,                      c) sześciokątnego.

### PRZYKŁAD 2

Na poniższych rysunkach przedstawiono ostrosłupy prawidłowe czworokątne. Na jednym z rysunków literą  $\alpha$  oznaczono kąt między ścianą boczną ostrosłupa i jego podstawą. Na drugim rysunku literą  $\beta$  oznaczono kąt między sąsiednimi ścianami bocznymi.



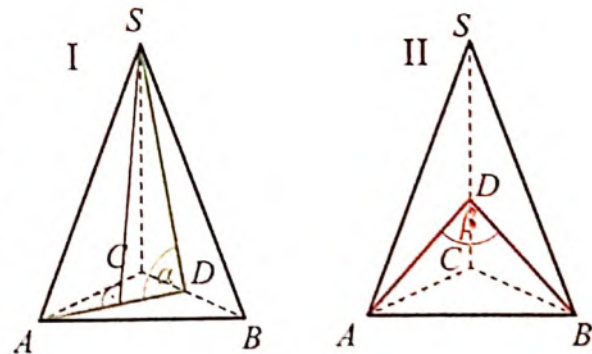
Wspólną krawędzią ściany  $BCS$  i podstawy ostrosłupa jest odcinek  $BC$ .



Wspólną krawędzią ściany  $BCS$  i  $CDS$  jest odcinek  $CS$ .

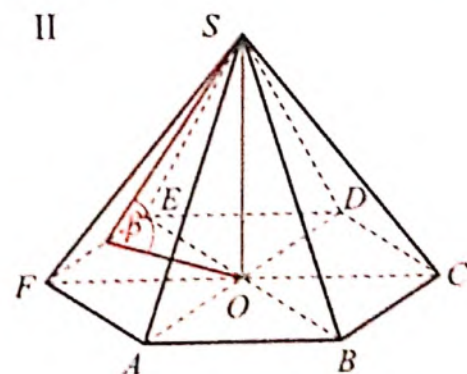
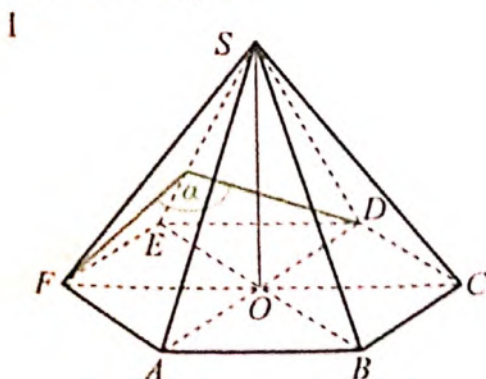
### Ćwiczenie 2

Na rysunkach obok przedstawiono ostrosłupy prawidłowe trójkątne o podstawie  $ABC$ . Na którym z rysunków wskazano kąt między ścianą boczną ostrosłupa i jego podstawą, a na którym kąt między ścianami bocznymi? W każdym przypadku podaj wspólną krawędź ścian kąta.

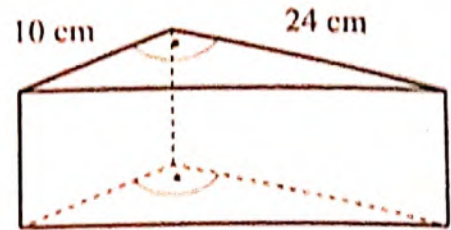


### ZADANIA

1. Na rysunku przedstawiono ostrosłupy prawidłowe sześciokątne. Na którym z rysunków wskazano kąt między ścianą boczną ostrosłupa i jego podstawą, a na którym kąt między sąsiednimi ścianami bocznymi? W każdym przypadku podaj wspólną krawędź ścian kąta.



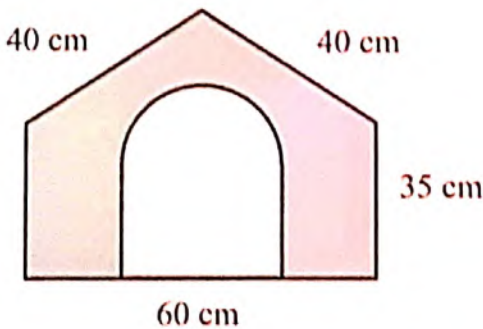
2. Podstawą graniastosłupa prostego jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych 10 cm i 24 cm. Wyznacz miary kątów dwuściennych, które tworzą ze sobą ściany boczne tego graniastosłupa.



3. Oblicz miarę kąta, jaki tworzą ze sobą dwie sąsiednie ściany boczne graniastosłupa prawidłowego:

- a) pięciokątnego,                      b) ośmiokątnego,                      c) dziesięciokątnego.

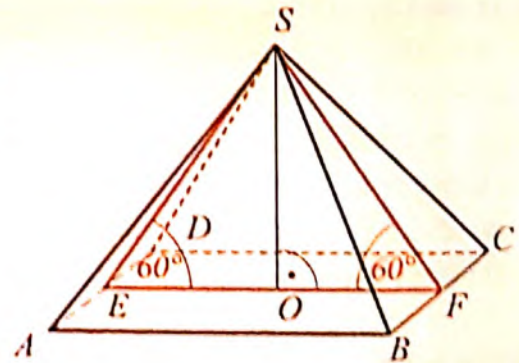
4. Oblicz miarę kąta, jaki tworzą ze sobą połacie dachu budy dla psa, której przednią ścianę przedstawiono na rysunku poniżej.



**SPRAWDŹ, CZY POTRAFISZ**

5. W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym krawędź podstawy ma 2 cm, a kąt między ścianą boczną i podstawą ostrosłupa jest równy  $60^\circ$ . Wskaż zdania prawdziwe.

- I. Ściany boczne ostrosłupa są trójkątami równobocznymi.
- II. Pole powierzchni bocznej ostrosłupa jest równe  $8 \text{ cm}^2$ .
- III. Objętość ostrosłupa jest równa  $\frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ cm}^3$ .



6. W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym krawędź podstawy ma 6 cm, a kąt między ścianą boczną i podstawą ostrosłupa jest równy  $45^\circ$ . Objętość tego ostrosłupa jest równa

- A.  $24 \text{ cm}^3$                       B.  $36 \text{ cm}^3$                       C.  $45 \text{ cm}^3$                       D.  $72 \text{ cm}^3$

**POWTÓRZENIE**

1. Oblicz miary kątów, jakie tworzą ze sobą ściany boczne graniastosłupa prostego, którego podstawą jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych:

- a) 2 cm i 2 cm,                      b) 3 cm i 5 cm,                      c) 4 cm i 10 cm.