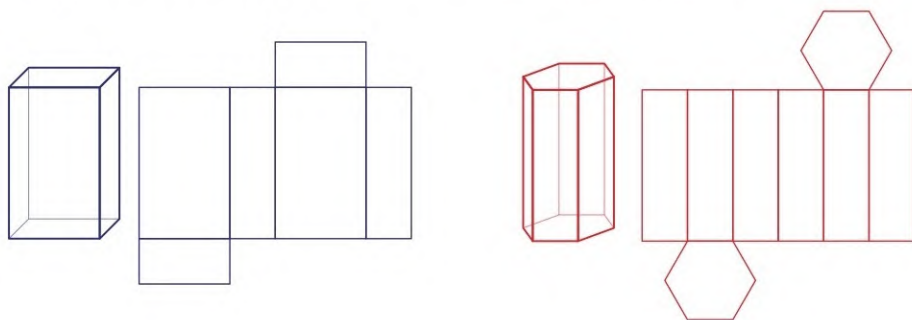


Siatka wielościanu. Pole powierzchni wielościanu

Siatka wielościanu to figura płaska, którą otrzymuje się przez „rozcięcie” powierzchni wielościanu wzdłuż niektórych krawędzi tak, aby ściany dały się rozłożyć na płaszczyźnie i były połączone ze sobą niektórymi bokami. Wielościan może mieć wiele różnych siatek.

Poniżej przedstawione są przykłady graniastosłupów i ich siatki.



Pole powierzchni siatki wielościanu jest polem powierzchni całkowitej tego wielościanu.

Przypomnijmy wzór na pole powierzchni całkowitej graniastosłupa:

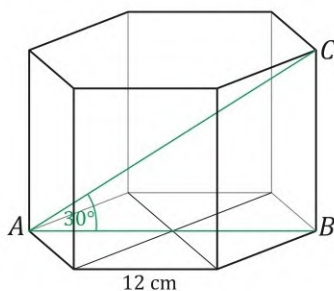
Pole powierzchni całkowitej graniastosłupa P_c jest równe sumie podwojonego pola podstawy P_p i pola powierzchni bocznej P_b graniastosłupa.

$$P_c = 2P_p + P_b$$

Przykład 1.

Obliczymy pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego, w którym najdłuższa przekątna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 30° , a krawędź podstawy ma długość 12 cm.

Rysunek poniżej przedstawia graniastosłup prawidłowy sześciokątny, odcinek AC jest najdłuższą przekątną w tym graniastosłupie.



Przykład 2.

Przekątna prostopadłościanu ma długość d . Jakie największe pole powierzchni całkowitej może mieć taki prostopadłościan?

Łatwo zauważyć, że P_c przyjmuje największą wartość wtedy, gdy

$$(a-b)^2 = (b-c)^2 = (a-c)^2 = 0, \text{ czyli wtedy, gdy } a = b = c.$$

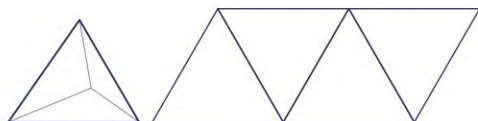
Wówczas

$$P_c = 2d^2$$

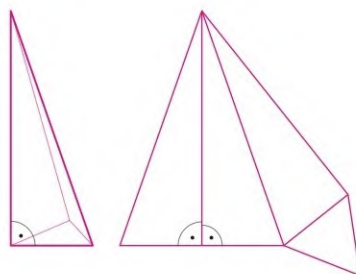
Największe pole powierzchni całkowitej P_c ma sześcian i wtedy $P_c = 2d^2$.

Poniżej przedstawione są przykłady ostrosłupów i ich siatki.

a)



b)



Przypomnijmy wzór na pole powierzchni całkowitej ostrosłupa.

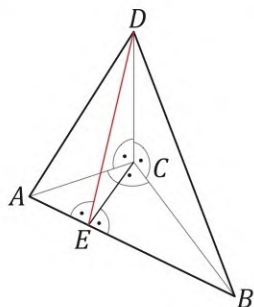
Pole powierzchni całkowitej ostrosłupa P_c jest równe sumie pola podstawy P_p i pola powierzchni bocznej P_b ostrosłupa.

$$P_c = P_p + P_b$$

Przykład 3.

W ostrosłupie trójkątnym trzy krawędzie o wspólnym końcu są do siebie prostopadłe i mają długość 6 cm, 8 cm i 6,4 cm. Obliczymy pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa.

Szkicujemy ostrosłup tak, aby jego podstawą był trójkąt prostokątny o przyprostokątnych mających długość 6 cm i 8 cm.



Oznaczmy wierzchołki ostrosłupa tak, że

$$|AC| = 6 \text{ cm}$$

$$|BC| = 8 \text{ cm}$$

$$|DC| = 6,4 \text{ cm}$$

Pole powierzchni całkowitej ostrosłupa jest równe $108,8 \text{ cm}^2$.

Sprawdź, czy rozumiesz

1. Przekątna sześcianu ma długość 6 cm. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego sześcianu.
2. Oblicz pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu o podstawie kwadratowej, jeśli przekątna ściany bocznej ma długość 30 cm oraz kąt między tą przekątną i przekątną prostopadłościanu, wychodzącymi z tego samego wierzchołka, ma miarę 30° .
3. Wysokość ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 2 dm. Kąt dwuścienny między ścianą boczną a podstawą ma miarę 30° . Oblicz pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa.
4. Podstawą ostrosłupa jest prostokąt o bokach mających długość 12 cm i 3 cm. Wysokość ostrosłupa jest równa 4 cm, a spodek tej wysokości jest jednym z wierzchołków podstawy. Oblicz pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa.
5. Pole powierzchni bocznej ostrosłupa prawidłowego trójkątnego jest równe $45\sqrt{3} \text{ cm}^2$, a pole podstawy – $27\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Oblicz wysokość tego ostrosłupa.